



MAA AMC

American Mathematics Competitions

MAA American Mathematics Competitions

33rd Annual

AMC 8

American Mathematics Competition 8
Tuesday, November 14, 2017

INSTRUCTIONS

1. DO NOT OPEN THIS BOOKLET UNTIL YOUR COMPETITION MANAGER TELLS YOU.
2. This is a 25 question multiple choice test. For each question, only one answer choice is correct.
3. Mark your answer to each problem on the answer sheet with a #2 pencil. Check the blackened circles for accuracy and erase errors and stray marks completely. Only answers properly marked on the answer form will be scored.
4. There is no penalty for guessing. Your score is the number of correct answers.
5. Only scratch paper, graph paper, rulers, protractors, and erasers are allowed as aids. Calculators are NOT allowed. No problems on the test *require* the use of a calculator.
6. Figures are not necessarily drawn to scale.
7. Before beginning the test, your competition manager will ask you to record your name and other information on the answer sheet.
8. You will have 40 minutes to complete the test once your competition manager tells you to begin.
9. When you finish the exam, *sign your name* in the space provided at the bottom of the answer sheet.

The MAA Committee on the American Mathematics Competitions reserves the right to disqualify scores from a school if it determines that the required security procedures were not followed.

The publication, reproduction or communication of the problems or solutions of this exam during the period when students are eligible to participate seriously jeopardizes the integrity of the results. Dissemination via phone, email, or digital media of any type during this period is a violation of the competition rules.



MAA AMC
American Mathematics Competitions

AMC 8

The MAA American Mathematics Competitions are supported by:

Patron's Circle

Akamai Foundation

Innovator's Circle

The D. E. Shaw Group
Susquehanna International Group
Tudor Investment Corporation
Two Sigma

Winner's Circle

MathWorks

Achiever's Circle

Art of Problem Solving
Jane Street Capital

Sustainer's Circle

American Mathematical Society
Ansatz Capital
Army Educational Outreach Program

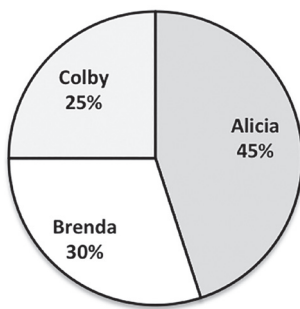
Collaborator's Circle

American Statistical Association
Casualty Actuarial Society
Conference Board of the Mathematical Sciences
Mu Alpha Theta
Society for Industrial and Applied Mathematics

1. Which of the following values is largest?

- (A) $2 + 0 + 1 + 7$ (B) $2 \times 0 + 1 + 7$ (C) $2 + 0 \times 1 + 7$
(D) $2 + 0 + 1 \times 7$ (E) $2 \times 0 \times 1 \times 7$

2. Alicia, Brenda, and Colby were the candidates in a recent election for student president. The pie chart below shows how the votes were distributed among the three candidates. If Brenda received 36 votes, then how many votes were cast all together?



- (A) 70 (B) 84 (C) 100 (D) 106 (E) 120

3. What is the value of the expression $\sqrt{16\sqrt{8\sqrt{4}}}$?

- (A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) 8 (D) $8\sqrt{2}$ (E) 16

4. When 0.000315 is multiplied by 7,928,564 the product is closest to which of the following?

- (A) 210 (B) 240 (C) 2,100 (D) 2,400 (E) 24,000

5. What is the value of the expression $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8}$?

- (A) 1020 (B) 1120 (C) 1220 (D) 2240 (E) 3360

6. If the degree measures of the angles of a triangle are in the ratio 3 : 3 : 4, what is the degree measure of the largest angle of the triangle?
- (A) 18 (B) 36 (C) 60 (D) 72 (E) 90
7. Let Z be a 6-digit positive integer, such as 247247, whose first three digits are the same as its last three digits taken in the same order. Which of the following numbers must be a factor of Z ?
- (A) 11 (B) 19 (C) 101 (D) 111 (E) 1111
8. Malcolm wants to visit Isabella after school today and knows the street where she lives but doesn't know her house number. She tells him, "My house number has two digits, and exactly three of the following four statements about it are true."

- (1) It is prime.
(2) It is even.
(3) It is divisible by 7.
(4) One of its digits is 9.



This information allows Malcolm to determine Isabella's house number. What is its units digit?

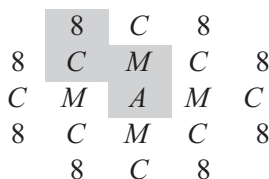
- (A) 4 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
9. All of Marcy's marbles are blue, red, green, or yellow. One third of her marbles are blue, one fourth of them are red, and six of them are green. What is the smallest number of yellow marbles that Marcy could have?
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

10. A box contains five cards, numbered 1, 2, 3, 4, and 5. Three cards are selected randomly without replacement from the box. What is the probability that 4 is the largest value selected?
- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{1}{2}$
11. A square-shaped floor is covered with congruent square tiles. If the total number of tiles that lie on the two diagonals is 37, how many tiles cover the floor?
- (A) 148 (B) 324 (C) 361 (D) 1296 (E) 1369
12. The smallest positive integer greater than 1 that leaves a remainder of 1 when divided by 4, 5, and 6 lies between which of the following pairs of numbers?
- (A) 2 and 19 (B) 20 and 39 (C) 40 and 59
(D) 60 and 79 (E) 80 and 124
13. Peter, Emma, and Kyler played chess with each other. Peter won 4 games and lost 2 games. Emma won 3 games and lost 3 games. If Kyler lost 3 games, how many games did he win?



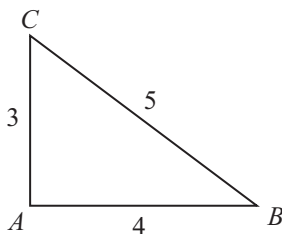
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
14. Chloe and Zoe are both students in Ms. Demeanor's math class. Last night they each solved half of the problems in their homework assignment alone and then solved the other half together. Chloe had correct answers to only 80% of the problems she solved alone, but overall 88% of her answers were correct. Zoe had correct answers to 90% of the problems she solved alone. What was Zoe's overall percentage of correct answers?
- (A) 89 (B) 92 (C) 93 (D) 96 (E) 98

15. In the arrangement of letters and numerals below, by how many different paths can one spell $AMC8$? Beginning at the A in the middle, a path allows only moves from one letter to an adjacent (above, below, left, or right, but not diagonal) letter. One example of such a path is traced in the picture.



- (A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 24 (E) 36

16. In the figure shown below, choose point D on side \overline{BC} so that $\triangle ACD$ and $\triangle ABD$ have equal perimeters. What is the area of $\triangle ABD$?



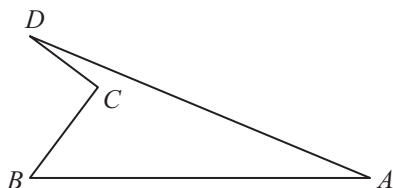
- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{12}{5}$ (E) $\frac{5}{2}$

17. Starting with some gold coins and some empty treasure chests, I tried to put 9 gold coins in each treasure chest, but that left 2 treasure chests empty. So instead I put 6 gold coins in each treasure chest, but then I had 3 gold coins left over. How many gold coins did I have?



- (A) 9 (B) 27 (C) 45 (D) 63 (E) 81

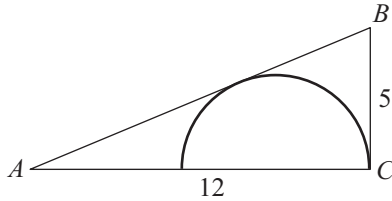
18. In the non-convex quadrilateral $ABCD$ shown below, $\angle BCD$ is a right angle, $AB = 12$, $BC = 4$, $CD = 3$, and $AD = 13$.



What is the area of quadrilateral $ABCD$?

- (A) 12 (B) 24 (C) 26 (D) 30 (E) 36
19. For any positive integer M , the notation $M!$ denotes the product of the integers 1 through M . What is the largest integer n for which 5^n is a factor of the sum $98! + 99! + 100!$?
- (A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 26 (E) 27
20. An integer between 1000 and 9999, inclusive, is chosen at random. What is the probability that it is an odd integer whose digits are all distinct?
- (A) $\frac{14}{75}$ (B) $\frac{56}{225}$ (C) $\frac{107}{400}$ (D) $\frac{7}{25}$ (E) $\frac{9}{25}$
21. Suppose a , b , and c are nonzero real numbers, and $a + b + c = 0$. What are the possible value(s) for $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$?
- (A) 0 (B) 1 and -1 (C) 2 and -2 (D) 0, 2, and -2
 (E) 0, 1, and -1

22. In the right triangle ABC , $AC = 12$, $BC = 5$, and angle C is a right angle. A semicircle is inscribed in the triangle as shown. What is the radius of the semicircle?

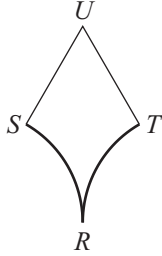


- (A) $\frac{7}{6}$ (B) $\frac{13}{5}$ (C) $\frac{59}{18}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) $\frac{60}{13}$
23. Each day for four days, Linda traveled for one hour at a speed that resulted in her traveling one mile in an integer number of minutes. Each day after the first, her speed decreased so that the number of minutes to travel one mile increased by 5 minutes over the preceding day. Each of the four days, her distance traveled was also an integer number of miles. What was the total number of miles for the four trips?
- (A) 10 (B) 15 (C) 25 (D) 50 (E) 82
24. Mrs. Sanders has three grandchildren, who call her regularly. One calls her every three days, one calls her every four days, and one calls her every five days. All three called her on December 31, 2016. On how many days during the next year did she not receive a phone call from any of her grandchildren?



- (A) 78 (B) 80 (C) 144 (D) 146 (E) 152

25. In the figure shown, \overline{US} and \overline{UT} are line segments each of length 2, and $m\angle TUS = 60^\circ$. Arcs \widehat{TR} and \widehat{SR} are each one-sixth of a circle with radius 2. What is the area of the region shown?



- (A) $3\sqrt{3} - \pi$ (B) $4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$
 (E) $4 + \frac{4\pi}{3}$



MAA AMC

American Mathematics Competitions

How will I receive my score?

Scores and solutions will be sent to your competition manager who can share that information with you. Use the solutions to learn more mathematics and enhance your problem-solving skills!

Are there more math competitions that I can participate in?

The MAA American Mathematics Competitions also offers two high school level exams that are open to younger participants. These are both 25 question, 75-minute, multiple choice mathematics exams designed to promote the development of problem-solving skills. For more information visit maa.org/amc.

How can I prepare for future math competitions?

The best way to prepare for the MAA American Mathematics Competitions is to practice creative, analytical thinking throughout the year. Schools involved with the MAA AMC often have year-round activities connected to special classes, math clubs, or other extracurricular groups. Individual students can benefit greatly from practicing math problems from past MAA AMC exams.

Questions?

Questions and comments about problems and solutions for this exam should be sent to:

amchq@maa.org

Send questions and comments about administrative arrangements to:

amcinfo@maa.org

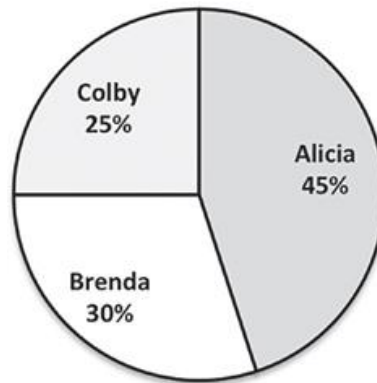
or

MAA American Mathematics Competitions
P.O. Box 471
Annapolis Junction, MD 20701

Đề thi AMC 8 – Năm 2017

Thời gian: 40 phút

1. Trong các biểu thức dưới đây, biểu thức nào có giá trị lớn nhất?
- A. $2 + 0 + 1 + 7$ B. $2 \times 0 + 1 + 7$ C. $2 + 0 \times 1 + 7$
 D. $2 + 0 + 1 \times 7$ E. $2 \times 0 \times 1 \times 7$
2. Alicia, Brenda và Colby là ba ứng cử viên trong một cuộc bầu cử chủ tịch hội học sinh. Biểu đồ tròn bên dưới cho biết tỉ lệ ủng hộ giữa ba ứng cử viên. Nếu Brenda nhận được 36 phiếu bầu, thì cuộc bầu cử có tất cả bao nhiêu phiếu bầu?



- A. 70 B. 84 C. 100 D. 106 E. 120
3. Tính giá trị của biểu thức $\sqrt{16 \sqrt{8 \sqrt{4}}}$.
- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 8 D. $8\sqrt{2}$ E. 16
4. Trong các số dưới đây, số nào có giá trị gần nhất với tích của 0,000315 và 7928564?
- A. 210 B. 240 C. 2100 D. 2400 E. 24000

5. Tính giá trị của biểu thức $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8}$.
- A. 1020 B. 1120 C. 1220 D. 2240 E. 3360
6. Nếu số đo của các góc trong một tam giác có tỉ lệ 3:3:4, thì số đo của góc lớn nhất trong tam giác đó là bao nhiêu độ?
- A. 18 B. 36 C. 60 D. 72 E. 90
7. Cho Z là số nguyên dương có 6 chữ số, ví dụ 247247, số mà ba chữ số đầu của nó giống ba chữ số cuối của nó theo cùng một thứ tự. Hỏi trong những số dưới đây, số nào là một ước của Z ?
- A. 11 B. 19 C. 101 D. 111 E. 1111
8. Hôm nay, Malcolm muốn đến thăm Isabella sau giờ học. Malcolm biết con phố nơi Isabella sống nhưng lại không biết số nhà của bạn ấy. Isabella nói với Malcolm: “Số nhà của tớ có hai chữ số và có đúng ba trong số bốn khẳng định dưới đây là đúng”.
- (1) Đó là số nguyên tố.
 (2) Đó là số chẵn.
 (3) Đó là số chia hết cho 7.
 (4) Số đó có một chữ số 9.
- Thông tin này đã giúp Malcolm xác định được số nhà của Isabella. Hỏi số nhà của Isabella có chữ số hàng đơn vị là bao nhiêu?
- A. 4 B. 6 C. 7 D. 8 E. 9

9. Những viên bi của Marcy có màu xanh dương, đỏ, xanh lá, hoặc vàng. Một phần ba số bi của bạn ấy có màu xanh dương, một phần tư số bi có màu đỏ và sáu viên bi có màu xanh lá. Hỏi Marcy có thể có ít nhất bao nhiêu viên bi màu vàng?
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 E. 5
10. Một chiếc hộp có năm tấm thẻ, được đánh số 1, 2, 3, 4 và 5. Ba tấm thẻ được chọn một cách ngẫu nhiên (không đổi trả) từ chiếc hộp đó. Hỏi xác suất để tấm thẻ số 4 là tấm thẻ có giá trị lớn nhất được chọn là bao nhiêu?
- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{2}{5}$ E. $\frac{1}{2}$
11. Một sàn nhà hình vuông được lát vừa đủ bởi những viên gạch hình vuông có cùng kích thước. Nếu tổng số viên gạch nằm trên hai đường chéo là 37, thì tổng số viên gạch cần dùng để lát sàn nhà đó là bao nhiêu?
- A. 148 B. 324 C. 361 D. 1296 E. 1369
12. Số nguyên dương nhỏ nhất lớn hơn 1 mà khi chia cho 4, 5 và 6 đều nhận được số dư là 1 nằm giữa hai số nào trong những cặp số dưới đây?
- A. 2 và 19 B. 20 và 39 C. 40 và 59
D. 60 và 79 E. 80 và 124
13. Peter, Emma và Kyler đánh một số ván cờ theo từng cặp. Peter thắng 4 ván và thua 2 ván. Emma thắng 3 ván và thua 3 ván. Nếu Kyler thua 3 ván, thì bạn ấy thắng bao nhiêu ván?

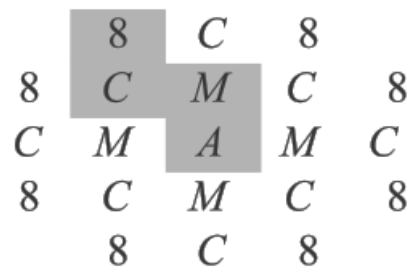


- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. 4

14. Chloe và Zoe đều là học sinh trong lớp Toán của cô Demeanor. Tối qua, hai bạn đã tự làm một nửa số bài tập về nhà của họ và cùng nhau làm số bài tập còn lại. Chloe chỉ có lời giải đúng cho 80% số bài tập mà bạn ấy tự làm, nhưng có lời giải đúng cho 88% tổng số bài tập. Zoe đã có lời giải đúng cho 90% số bài tập mà bạn ấy tự làm. Hỏi Zoe có lời giải đúng cho bao nhiêu phần trăm tổng số bài tập?

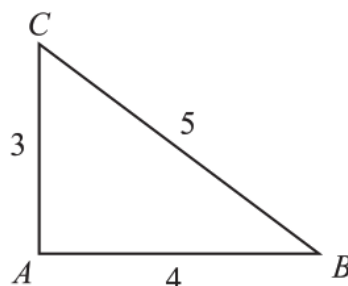
- A. 89 B. 92 C. 93 D. 96 E. 98

15. Trong cách sắp xếp các số và các chữ cái dưới đây, có bao nhiêu cách khác nhau để tạo thành dãy ký tự AMC8? Một cách nối hợp lệ sẽ bắt đầu từ chữ cái A, sau đó đi tới các ký tự liền kề bên trên, bên dưới, bên trái hoặc bên phải nó, nhưng không đi theo đường chéo. Ví dụ đi theo đường dưới đây.



- A. 8 B. 9 C. 12 D. 24 E. 36

16. Trong hình vẽ dưới đây, lấy điểm D thuộc cạnh BC sao cho chu vi của $\triangle ACD$ bằng chu vi của $\triangle ABD$. Hỏi $\triangle ABD$ có diện tích là bao nhiêu?



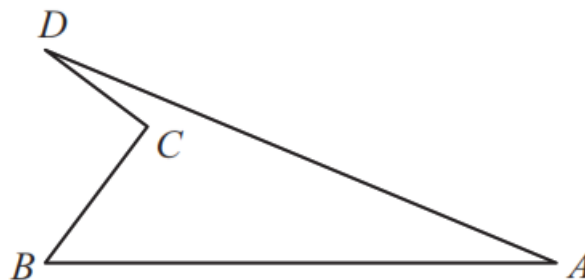
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{12}{5}$ E. $\frac{5}{2}$

17. Tôi có một số đồng tiền vàng và một vài chiếc rương rỗng. Nếu tôi đặt 9 đồng tiền vàng vào mỗi chiếc rương thì sẽ còn lại 2 chiếc rương rỗng. Nếu tôi đặt 6 đồng tiền vàng vào mỗi chiếc rương thì sẽ dư 3 đồng tiền vàng. Hỏi tôi có bao nhiêu đồng tiền vàng?



- A. 9 B. 27 C. 45 D. 63 E. 81

18. Cho tứ giác lõm $ABCD$ như hình bên dưới, góc \widehat{BCD} là một góc vuông, $AB = 12$, $BC = 4$, $CD = 3$, và $AD = 13$.



Hỏi diện tích của tứ giác $ABCD$ là bao nhiêu?

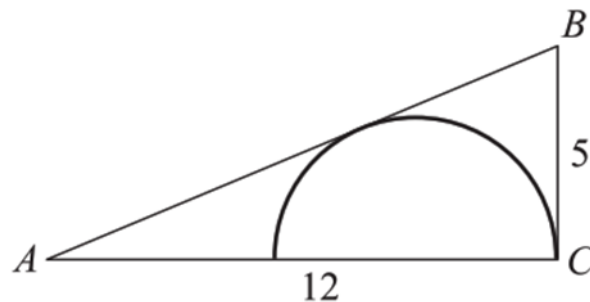
- A. 12 B. 24 C. 26 D. 30 E. 36
19. Với số nguyên dương M bất kì, kí hiệu $M!$ là tích của các số nguyên dương từ 1 đến M . Hỏi giá trị lớn nhất của n bằng bao nhiêu để 5^n là một ước của tổng $98! + 99! + 100!$?
- A. 23 B. 24 C. 25 D. 26 E. 27
20. Người ta chọn ngẫu nhiên một số nguyên từ 1000 đến 9999. Hỏi xác suất nhận được một số lẻ có các chữ số khác nhau là bao nhiêu?
- A. $\frac{14}{75}$ B. $\frac{56}{225}$ C. $\frac{107}{400}$ D. $\frac{7}{25}$ E. $\frac{9}{25}$

21. Cho các số thực a, b và c khác 0 sao cho: $a + b + c = 0$.

Hỏi tập giá trị của biểu thức $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ bao gồm những phân tử nào?

- A. 0 B. 1 và -1 C. 2 và -2
D. 0, 2 và -2 E. 0, 1 và -1

22. Tam giác ABC có $AC = 12, BC = 5$ và góc C là một góc vuông. Vẽ một nửa đường tròn nội tiếp tam giác như hình bên dưới. Hỏi bán kính của nửa đường tròn đó là bao nhiêu?



- A. $\frac{7}{6}$ B. $\frac{13}{5}$ C. $\frac{59}{18}$ D. $\frac{10}{3}$ E. $\frac{60}{13}$

23. Trong bốn ngày liên tiếp, Linda dành 1 giờ mỗi ngày để chạy bộ. Số phút để Linda chạy được quãng đường dài một dặm luôn là số tự nhiên. Mỗi ngày sau ngày đầu tiên, bạn ấy cần thêm 5 phút để chạy mỗi dặm so với ngày trước đó. Biết rằng số dặm mà Linda chạy mỗi ngày cũng luôn là một số tự nhiên, hỏi trong bốn ngày đó, Linda chạy được tổng cộng bao nhiêu dặm?

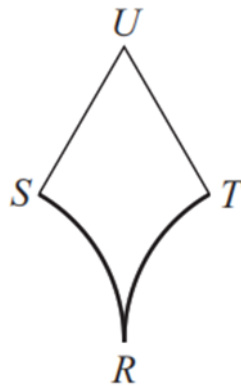
- A. 10 B. 15 C. 25 D. 50 E. 82

24. Bà Sanders thường xuyên nhận được cuộc gọi từ ba người cháu. Người cháu thứ nhất cứ 3 ngày thì gọi một lần. Người cháu thứ hai cứ 4 ngày thì gọi một lần. Người cháu thứ ba cứ 5 ngày thì gọi một lần. Vào ngày 31 tháng 12 năm 2016, bà Sanders nhận được cuộc gọi từ cả ba người cháu. Hỏi trong năm tiếp theo, có bao nhiêu ngày mà bà Sanders không nhận được cuộc gọi từ bất kì người cháu nào?



- A. 78 B. 80 C. 144 D. 146 E. 152

25. Trong hình dưới đây, đoạn thẳng US và đoạn thẳng UT có độ dài là 2. Góc $\widehat{TUS} = 60^\circ$. Các cung tròn TR và SR có độ dài bằng $\frac{1}{6}$ đường tròn bán kính 2. Hỏi hình bên dưới có diện tích bằng bao nhiêu?



- A. $3\sqrt{3} - \pi$ B. $4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$ C. $2\sqrt{3}$
 D. $4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ E. $4 + \frac{4\pi}{3}$

- Hết -